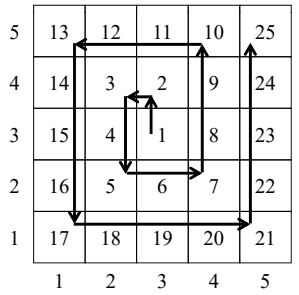
螺旋狀數字排列 (Spiral Tap) 程式裡的迴圈設計

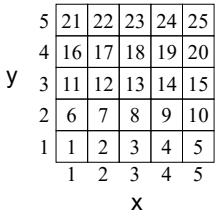
問題

- 下圖的方格狀棋盤有 n 行、 n 列, n 為奇數, 圖中橫座標和縱座標都是由 1 開始
- 由棋盤的正中央開始以螺旋狀方式逆時針順序排列 1 到 n^2 這些整數
- 請撰寫一個程式,
  輸入一整數 n 代表棋盤的寬度,
  輸入另一整數 t 代表目標數字,
  程式計算出 t 的橫座標與縱座標值



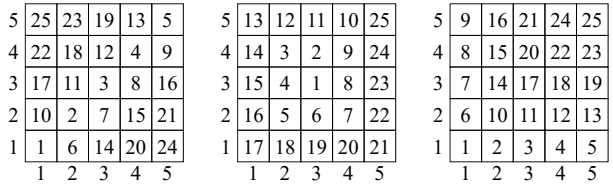
簡化與聯想

- 我們在課程裡還沒有正式介紹到陣列, 所以下面的說明裡我們都還是避開陣列的使用
- **目標**: 找到 target 對應的座標 (x, y)
- 考慮右圖這個簡化的問題



簡單公式:
```
y = (target-1) / 5 + 1;   // "target" 在哪一列
x = (target-1) % 5 + 1; // "target" 在哪一行
```

- 比較一般化的位置安排



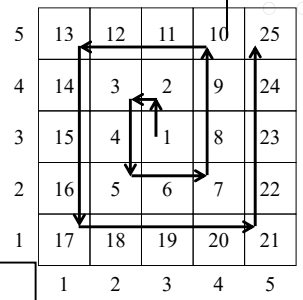
- 推導公式比較麻煩一些, 讓我們用『**模擬(Simulation)**』的方法來稍微暴力一點處理這個問題

```
for (i=1, x=y=1; i<target; i++) {
   x = x+1;
   if (x==6) x=1, y = y+1;
}
```


嘗試設計

- 基本方法: **模擬**
- 基本**迴圈**: **重複**做**類似**的事
- 在這個問題裡模擬安排每一個數字時看到**迴圈**了嗎?

尋找規律性



由 1 (3,3) 開始走 target-1 步
每一步 **把數字加 1, 修改座標 (x,y)**

- 如果是簡單的一維方格, 修改座標就容易了?

1	2	3	4	5	6	7

…

```
for (i=1,x=1; i<target; i++) x = x+1;
```

- **修改座標**要依據方向, 每一步要注意是否轉向

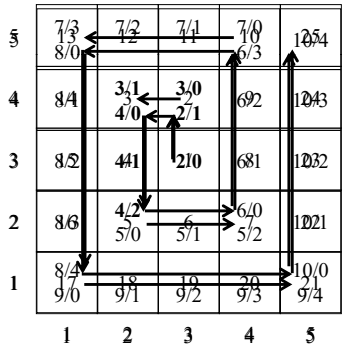
版本一

- **while 迴圈直接由 1, 2, 3, … 開始往上計數**
  每一直線段的長度 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4

檢查是否 **target** <= n*n　　**path length control / steps in each path**

```
int count = 0; pathLenCtrl=2, step=0; direction=0; x, y;
x = y = n/2 + 1;
while (++count < target)
{
    nextCoordinate(&x, &y, direction);
    if (++step == pathLenCtrl/2)
    {
        direction = (direction+1)%4;
        pathLenCtrl++, step=0;
    }
}
```

Directions: **0:** 上 **1:** 左 **2:** 下 **3:** 右



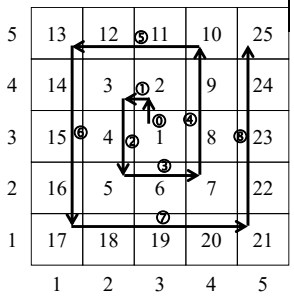
版本一 (續)

```
void nextCoordinate(int *xPtr, int *yPtr, int direction)
{
    switch (direction)
    {
    case 0: /* 上 */
        *yPtr = *yPtr + 1;
        break;
    case 1: /* 左 */
        *xPtr = *xPtr - 1;
        break;
    …
    }
}
```

Directions:
0: 上
1: 左
2: 下
3: 右

版本二: 計數迴圈 (counting loop)

- 分段的計數迴圈
  - n=5
  - 總共 2*n-1=9 直線線段
    ⓪, ①: 長度 1; ②, ③: 長度 2; …

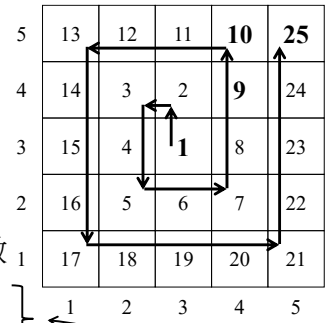


```
count = 0;
check if target <= n*n
x = y = n / 2 + 1;
for (i=0; i<2*n-1; i++) // 第 i 個線段
    for (j=0; j<i/2+1; j++) // 線段中第 j 步
    {
        if (++count == target) output x, y and stop both loops
        nextCoordinate(&x, &y, i%4);
    }
```

方向: 0: 上　1: 左
2: 下　3: 右

版本三: 加快執行速度

- 最內層 k=0, 開始和結束的數字都是 (2k+1)(2k+1)=1
- 第二層 k=1, 開始和結束的數字分別是
  (2k-1)(2k-1)+1=2 和 (2k+1)(2k+1)=9
- 第 k 層的開始數字是 **(2k-1)(2k-1)+1**
  結束數字是 **(2k+1)(2k+1)**
- 先用一個 for 迴圈找到滿足下式的 **k** 值
  (2k-1)(2k-1)<target<=(2k+1)(2k+1)



- count=(2*k-1)*(2*k-1);　// 0~(k-1)層總數
  x = n/2+k+1, y=n/2+k+1; // 開始的座標
  for (i=1; i<=**4**; i++) {　// 4 段直線
  　for (j=0; j<**2*k**; j++) {　// 每一段走 2k 步
  　　if (++count == target) 輸出 x, y 並且結束兩層的迴圈
  　　nextCoordinate(&x, &y, i%4);
  　}
  }

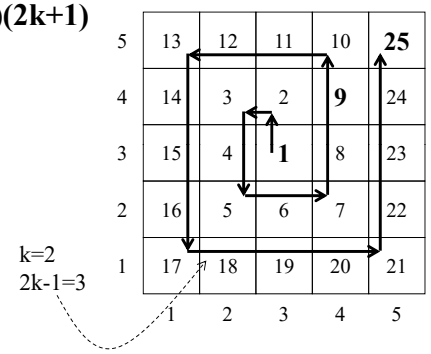
從 **10** 開始走時, 第一段少了一步, 所以假想 **9** 在 (5,5), 由 9 開始走

版本四: 直接計算公式

- 先用一個 for 迴圈找到滿足下式的 **k** 值
  (2k-1)(2k-1)<target<=(2k+1)(2k+1)
- infimum =(2*k-1)*(2*k-1);
  x = n/2+k, y=n/2+k;
- steps = target – infimum;
- 最外圈的四段:

0 1, 2, …, 2k,
1 2k+1, 2k+2, …, 4k,
2 4k+1, 4k+2, …, 6k,
3 6k+1, 6k+2, …, 8k

iseg = (steps-1) / (2*k);



- x-(steps-1) | x-(2k-1) \ x-(2k-1)+(steps-4k) / x+1
  y+1 | y+1-(steps-2k) \ y+1-2k / y+1-2k+(steps-6k)